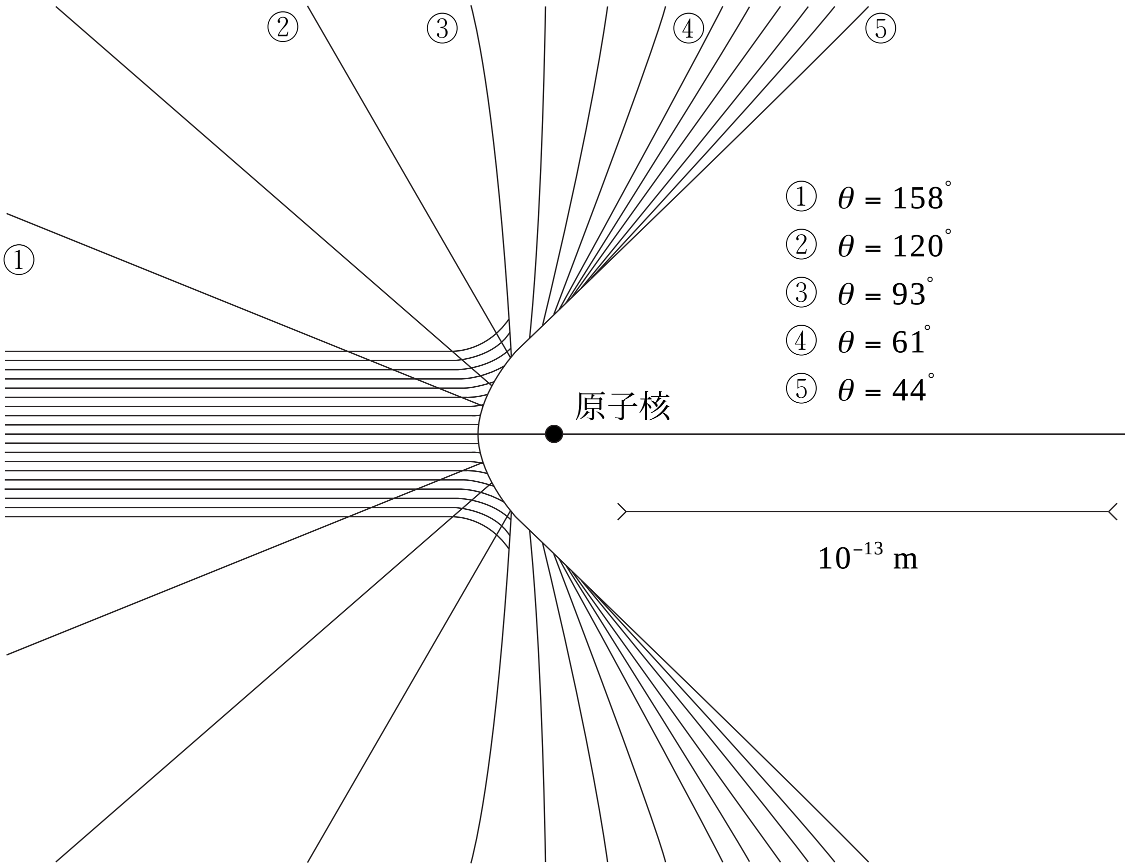
さて今回は原子核のお話です．ラザフォードは，1909年に行われたガイガーとマースデンの「金箔に α 線を照射してその錯乱線を観測する」実験を考察し，とくに 90° 以上の大きな角度で錯乱される α線が検出されることから，原子にはその中心に原子の質量の大部分を占めて正電荷をもつ原子核が存在することを結論しました．どの原子核には桁違いに大きいエネルギーが潜んでいるのですが，そこで問題なのがアインシュタインの $E = mc^2$ という，質量エネルギーの理解なのです．



『$E = mc^2$』はアインシュタインの相対性理論の結論の一つで，当時の新聞のトップを飾ったほど社会的にもセンセーショナルな話題であったようですが，ほとんどの人はこの式を質量 m の物質は mc^2 のエネルギーに相当すると考えたようです．例えば，1kg の質量を完全にエネルギーに変えることができれば，

$$
\begin{aligned}
E &= mc^2 \\
&= 1 \times (3 \times 10^8)^2 \\
&= 9 \times 10^{16}\ \mathrm{J}
\end{aligned}
$$

のエネルギーが得られます．これは石炭 30万トンにも相当する膨大なエネルギーであり，

地震のエネルギーでいえばマグニチュード７, ８程度にも相当する驚くべき大きさのエネルギーです. このようなばく大なエネルギーを質量自身が蓄えていると考えることは決して間違いではありませんが, 実はそれだけでは正しい質量エネルギーの理解とはいえません. そこで一度頭を空っぽにしていただきたいのです.

1887年に行われたマイケルソン・モーレーの実験によると,「光速度は観測者の速度に無関係に一定である」と考えざるを得ないことになりました. しかしこれは, 例えば,「静止して見る自動車の速度」と「動きながら見る自動車の速度」とが異なるように, 観測する速度は観測者自身の速度に関係するというそれまでの物理の常識からみると奇妙なことでした. それを1905年アインシュタインは,『特殊相対性理論』において考え方の基礎を逆転し, 光速度不変の原理を基本に据えて「(それまで観測する立場によらず絶対的な量と考えられてきた)時間や距離は観測者の速度によって変わるのではないか」という仮説を立てることによって見事に解決しました. そして特殊相対性理論の理論的帰結の一つとして,「物体の質量はその速度によって変わり, 静止しているときの質量を m_0 とすると, 速度 v で運動している物体の質量は $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ となる.」という結論を得ました. この式は,

$\left|\dfrac{v}{c}\right| << 1$ の条件の下で

$$
\begin{aligned}
m &= \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \\
&= m_0\left\{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right\}^{-\frac{1}{2}} \\
&\fallingdotseq m_0\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2\right\} \\
&= m_0+\left(\frac{1}{2}m_0v^2\right)\frac{1}{c^2}
\end{aligned}
$$

となります. これは

$$
\text{動く物体の質量} = \text{静止質量} + \frac{\text{運動エネルギー}}{(\text{光速度})^2} \cdots\cdots (*)
$$

と考えてよいことを示します. すなわち運動する物体は運動エネルギーを光速度の２乗で割った分だけ増えることを意味しています. ここで大切なことは物体の運動エネルギーを質

量として換算する必要があるということなのです．(*) はさらに一般化すると「物体はそのエネルギーが ΔE 増加すると質量が $\dfrac{\Delta E}{c^2}$ 増す」となります.

そこで次の問題を考えてみましょう.

> 問題１
> (1)　質量 1kg の物体が 100 m/s の速さで運動するときの質量はどれだけ増えるか.
> (2)　静止の状態から 10万ボルトで加速した電子の質量はどれだけ増えるか．ただし，電気素量を $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C とする.
> (3)　波長 5000Å の光の光子の質量を求めよ．ただし，光速度を $c = 3.0 \times 10^{8}$ m/s，プランク定数を $h = 6.6 \times 10^{-34}$ J·s とする.

＜解答＞

(1)　まずは単純計算で

$$\Delta m = \frac{1}{2} m_0 \left(\frac{v}{c}\right)^2$$

$$= 0.5 \times 1 \times \left(\frac{100}{3 \times 10^8}\right)^2$$

$$≒ 5.6 \times 10^{14} \text{ kg}$$

微々たるものですが質量が増加します. まあ, 日常的スケールでは無視してかまわない量ですね.

(2)　V [V] で加速された電子の運動エネルギーは eV [J] ですから,

$$\Delta m = \frac{eV}{c^2}$$

$$= \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 10^5}{(3 \times 10^8)^2}$$

$$≒ 1.8 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

これは電子の静止質量が $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg であることを考慮するとその 20％の増加になり，無視することができません.

(3)　光子は運動エネルギー $h\nu$ をもつ粒子なので

$$\Delta m = \frac{h\nu}{c^2}$$

$$= \frac{6.6\times10^{-34}}{3\times10^{8}\times5\times10^{-7}}$$

$$\fallingdotseq 4.4\times10^{-36}\ \mathrm{kg}$$

実は，光子は静止質量 0，運動エネルギー $h\nu$ の粒子なので，この増加量が光子の質量と換算できます．

このように，質量がエネルギーになるということだけでなく，あらゆるエネルギーを質量として換算できるということで，質量とエネルギーは互いに転化しうる点が重要です．特にエネルギーが質量に「なり済ます」のは原子核物理に置いては日常茶飯事のことであり，エネルギー保存の法則は質量を含めて考えなくてはならないことになります．

$(*)$ の両辺に c^2 をかけると

$$mc^2 \fallingdotseq m_0c^2 + \frac{1}{2}m_0v^2 \quad \left(\frac{v}{c} \ll 1\right)$$

と変形でき，速度 v で運動する物体のエネルギーは運動エネルギー $\frac{1}{2}m_0v^2$ の他に静止質量 m_0 に基づくエネルギー m_0c^2 があることになります．このエネルギーを静止エネルギーといいます．

では，入試問題にチャレンジしてみましょう．

問題２

$${}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{12}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{20}_{10}\mathrm{Ne} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \quad \cdots\cdots①$$

２つの ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ 原子核がそれぞれ等しい運動エネルギー 6.8 MeV で逆向きに飛んできて正面衝突した．このとき ① の核反応によって生じたエネルギーが全て，反応で生じた原子核の運動エネルギーになるとすれば，このとき発生した ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ 原子核の運動エネルギーは何 MeV か．ただし ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$，${}^{20}_{10}\mathrm{Ne}$，${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ 原子核の静止質量はそれぞれ $19.9236\times10^{-27}\ \mathrm{kg}$，$33.1934\times10^{-27}\ \mathrm{kg}$，$6.6455\times10^{-27}\ \mathrm{kg}$ であり，光速度は $c = 3.0\times10^{8}\ \mathrm{m/s}$，電気素量は $e = 1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C}$ とする．

<解答>

反応を起こす前の $^{12}_{6}\mathrm{C}$ 核の質量を M，運動エネルギーを K_0 とし，生成された $^{4}_{2}\mathrm{He}$ 核と $^{20}_{10}\mathrm{Ne}$ 核の質量をそれぞれ m_1，m_2，速度をそれぞれ v_1，v_2 とします．そこで原子核反応の前後において静止エネルギーと運動エネルギーの和が等しいことより，

$$(M_c{}^2 + K_0)\times 2$$

$$= \left(m_1c^2 + \frac{1}{2}m_1v_1{}^2\right) + \left(m_2c^2 + \frac{1}{2}m_2v_2{}^2\right)$$

ここで生成核の運動エネルギーの和を E として，式を変形すると

$$E = \frac{1}{2}m_1v_1{}^2 + \frac{1}{2}m_2v_2{}^2$$

$$= \{2M - (m_1 + m_2)\}c^2 + 2K_0$$

$$= 4.7 + 2\times 6.8$$

$$= 18.3\,\mathrm{MeV}$$

一方，反応前の二つの $^{12}_{6}\mathrm{C}$ 核の運動量の和は 0 であることに注意して運動量保存則を用いると，

$$m_1v_1 + m_2v_2 = 0 \qquad \therefore \quad m_1v_1 = -m_2v_2$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}m_1v_1{}^2 : \frac{1}{2}m_2v_2{}^2 = \frac{(m_1v_1)^2}{2m_1} : \frac{(m_2v_2)^2}{2m_2}$$

$$= m_2 : m_1$$

よって，$^{4}_{2}\mathrm{He}$ 核の運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}m_1v_1{}^2 = \frac{m_2}{m_1+m_2}E$$

$$= \frac{20}{20+4}\times 18.3$$

$$\fallingdotseq \underline{15.2\mathrm{MeV}}$$

となります．