

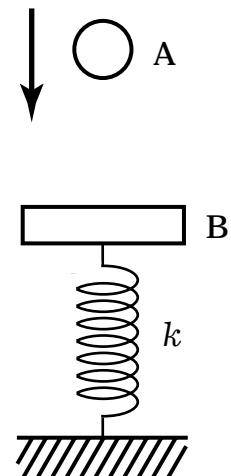
さて今回は運動量保存のお話です .どうも高校生諸君は運動量保存に対する扱いが曖昧なようです .ほとんどの人は衝突ならば運動量保存と直感的に結びつけてしまいます .とんでもない事ですが ,結構それでイケてしまいますので始末が悪い .とにかくまず次の3つの問題をやっていただきますよう .

問題1 次の運動の前後で A と B の運動量の和が保存されるかどうかを調べよ .

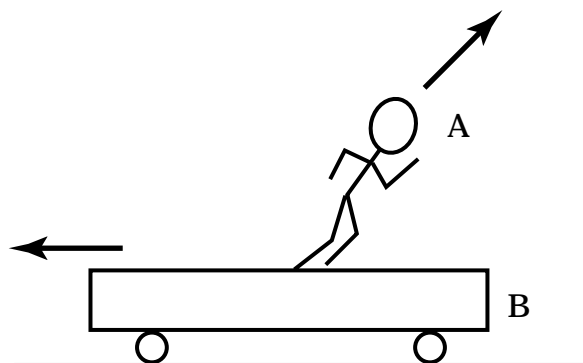
(1) なめらかな床の上を小球 A が右向きに運動して床に固定してある板 B に衝突したとき .



(2) 一端を床に固定して鉛直に立てたバネの他端に取り付けられて静止している板 B に , 小球 A を上方から自由落下させて衝突させたとき . ただし , バネ定数を k とする .

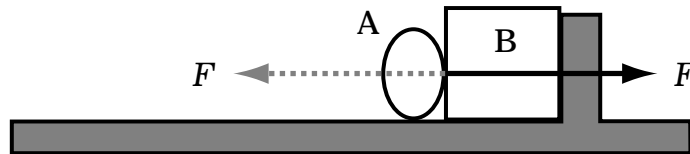


(3) なめらかな水平床面上に静止している板 B 上で人 A が斜め上方にジャンプしたとき .

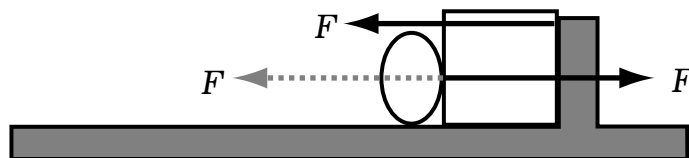


まず (1) ですが、これを運動量保存なんて言う人は話になりません。もう一度基礎から学びましょう。

まず運動量が保存される条件は何かと言うと、「物体系が外力を受けないとき」ですが、これではよく分からないでしょう。物体個々に外力が作用すること自体には問題はないのです。個々の物体をまとめて一つの系と見るときに、これらの外力が打ち消し合えばよいのです。(1) では、図のように、衝突の時に A は B から撃力 F を受けます。これは確かに A から見れば外力ですが、B も A から逆向きに同じ大きさの撃力 F を受けます。これは作

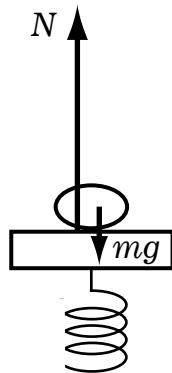
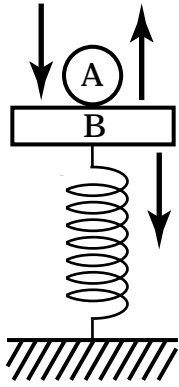


用反作用の力で打ち消し合い、A、B を一つの系として見たときにはこれらの力は、外力でなくなるわけです。ところが問題は、図のように板 B が、支える壁から右向きに外力 F を



受けることです。これは小球 A と板 B を一つの系として見たときにもちゃんと外力になります。したがって運動量は保存されません。まあ板 B が右へ行かないように固定されているのですから当たり前ですが、これが意外とはっきりしない人が多いのです。それは一つは物体を系で見ることに慣れていないこと。もう一つはちゃんと外力を描かずに考えること。特にキチンと外力を描き込むことが大切でありこれは力学の基本であるにも関わらず、君たちは衝突の場合には意外と描かないものです。

さて(2)にいきましょう。これは条件を追加する必要がありますね。まず衝突している時間は十分短いものとして、衝突の直前直後では配置を変えずに瞬間的に速度変化が行われるものとし、すなわち、図のように、衝突した場所である板 B のつり合いの位置で瞬間的に速度が変化してしまうというわけで、特に



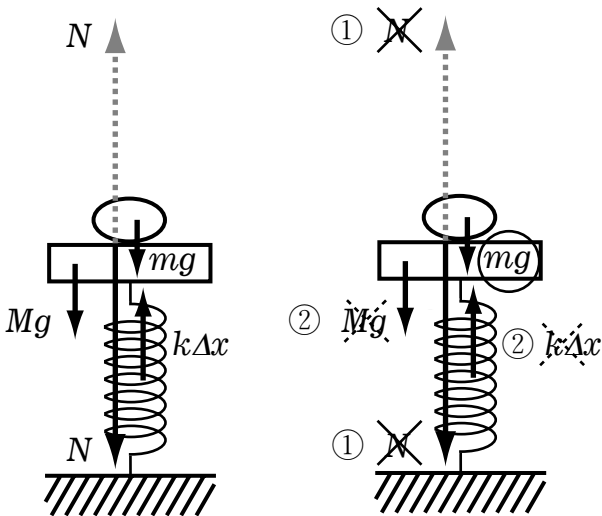
断ってなかったら、物理の衝突の問題ではこう考えて結構です。そして短い衝突時間に作用する十分大きい力が撃力として作用すると考えてください。そしてちゃんと衝突時に作用する力を描きましょう。意外と君たちは自分ではちゃんと力を描いて判断しようとしなないものなのですよ。

衝突の時に作用する力は、まず小球の方からいくと、鉛直下向きに重力 mg 、板から受ける抗力 N 、この抗力は撃力で十分大きいわけです。

次に、板に作用する力は、鉛直下向きに重力 Mg 、バネからの弾性力 $k\Delta x$ 、そして小球から受ける撃力 N です。さあ、この今描いた力が、A と B を一つの系と見たときに全部消えてしまえば運動量が保存されるわけです。

順に力を消していきましょう。

① 衝突の時に受けるお互いの抗力（撃力）は作用反作用ですから小球と板を一つの系としてみれば、等大逆方向の力として打ち消し合います。



② そして板の重力 Mg とバネからの弾性力 $k\Delta x$ は、板の位置が静止の位置ですからつり合ってますね。さっき言いましたが衝突時間が非常に短く、衝突中は位置がほとんど変化しないものと考えていいはずですから、バネの弾性力はこれ以上増すことは考えなくていいわけです。そうすると最後に残るのはそうです、小球の重力 mg です。ちゃんと外力は残るのですが、実は重力程度は無視してよいのです。

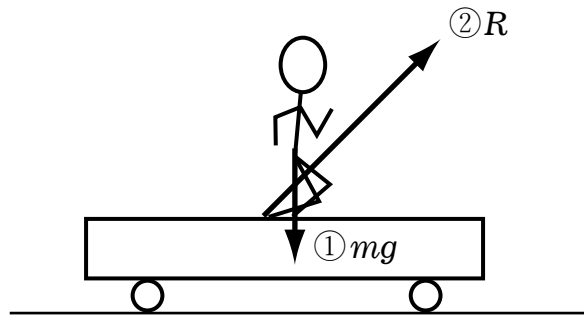
インチキだなんて思わないでくださいよ。これは大切なことなのです。普段は重力は決して無視できない力で、放り投げた物体が放物運動するのもこの重力のおかげですが、衝突のときには衝突時間があまりにも短いために重力の力積は極めて小さくなり、この影響を無視できます。しっかり理解しておいてください。問題のほうに衝突時間は十分小さいとか何と

問題のほうに衝突時間は十分小さいとか何と

問題のほうに衝突時間は十分小さいとか何と

か記述してある場合はよいのですが、何も書いてない場合もずいぶんありますので、こんなとき問題が説明不足だなんて言っている場合じゃありません。自分の方でキチンと理解しておく必要があります。さてまとめると、若干外力が残ってはいるが衝突している時間が極めて短いことから、その力積は無視できる範囲なので近似的に運動量保存というべきでしょう。

さて(3)です。これは衝突の問題ではありませんが、床が滑らかで人と板との間に働く力の作用反作用だけで運動するために、運動量保存に関する問題です。はたして本当に運動量保存が成立するのでしょうか。まずはキッチリと力を描いて判断してもらいましょう。今まさに飛び立とうとする瞬間に作用している力を描きましょう。まず人に働く力は、左図の

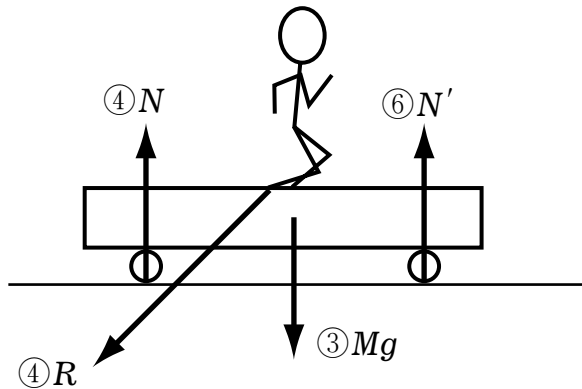


ように、鉛直下向きに ① 重力 mg
 そして板から斜め前向きに ② 抗力 R
 これが人が板を蹴る力の反作用ですね。
 そしてさらに板が受ける力は
 鉛直下向きに ③ 重力 Mg
 人に蹴られた力が斜め下向きに ④ R

そして下の床から受ける垂直抗力ですが、二つの車輪が下の床面から垂直抗力を受けていますから

⑤ N と ⑥ N' とでもしましょうか。

さてここで人が板から受ける抗力 ② R と人が板を蹴る力 ④ R は作用反作用ですから、人



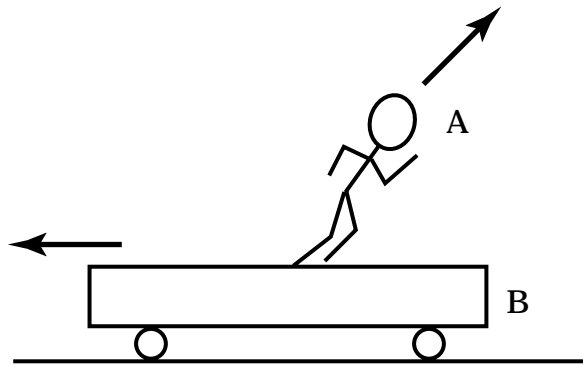
と板を一つの系と見るときには打ち消し合います。あと残っているのは鉛直方向の力だけです。打ち消し合うように見えますが実はダメなのです。なぜなら、次の瞬間人は上に行くのですから、鉛直上向きの合力は上向き正であるはずですね。そして板は上下には移動しませんから、板に働く鉛直方向の合力はつり合っています。したがってちゃんと系に働く外力は上向きに残

るわけです。したがって系全体の運動量は保存されません。決して物理は感覚的に扱ってはいけません。力を描き込み、物体の運動状態より全体の外力を計ってください。さてそこで確かに全運動量は保存されませんが、ここがポイントなのです。お互いに押し合う力 R は作用反作用であり、当然これらは打ち消し合い、また、この系には水平方向成分を持つ外力は作用していません。よって、人と板の系の水平方向の運動量成分が保存されるのです。したがって、板 B は人 A とは反対の向きに運動量の水平成分を持ち、図において左方に動き始めます。よって、水平方向のみ運動量保存となります。

最後に答をまとめますと、
(1) は運動量は保存されない
(2) は近似的に運動量保存
(3) は水平方向のみ運動量保存
となります。

では、(3) に具体的な量を与えて問題としましょう。

問題2 滑らかな水平床面上に静止している質量 M の板 B 上で、質量 m の人 A が板 B から見て斜め上方 θ の方向へ速さ v_0 でジャンプしたとき、板の速さを求めよ。



跳んだ後の床に対する板の速さを後方に V とすると、床に対する人の水平方向の速さは $v_0 \cos \theta - V$ となり、水平方向の運動量保存より $m(v_0 \cos \theta - V) - MV = 0$

$$\therefore V = \frac{mv_0 \cos \theta}{m + M}$$

と水平方向の運動量保存さえ理解できれば楽勝ですね。それでは又。